El Repunte de las Probabilidades[1]

Abril 2010

•

•

•

• • • • •

En el "Ángulo de Devlin"

La Columna de Keith Devlin en la MAA

Traducida y anotada por Diego Pareja Heredia. *Universidad del Quindío.*

Estimar probabilidades puede ser un asunto complicado. La larga saga al notable problema de Monty Hall, muestra cómo, aun acuciosos matemáticos pueden fácilmente desviarse del camino correcto. (Para mis incursiones en ese ejemplo particular, ver mis columnas Julio-Agosto 2003, Noviembre 2005, y Diciembre 2005.)

Otro problema de probabilidades que a la gente le causa dificultad, es el acertijo del género de los niños: Por ejemplo, le digo a usted que tengo dos hijos y que (al menos) uno de ellos es varón, y le pido que me diga la probabilidad de que ambos sean varones. Mucha gente, cuando oye este acertijo por primera vez, da la respuesta ½, razonando que hay igual tendencia a que el otro niño sea mujer o varón. Pero esto no es correcto. Según lo que se sabe, ustedes deberían concluir que en efecto tengo dos veces más posibilidad de tener un niño y una niña que de tener dos niños. Así su respuesta correcta a mi pregunta no es ½ si no 1/3.

Antes de explicar la respuesta, quisiera aclarar una confusión frecuente en la mayoría de personas en torno a problemas como éste y relativos a lo que se da el nombre de *probabilidad epistémica*. La probabilidad que discutiremos aquí no es el reflejo fiel del mundo real, como lo es, por ejemplo, la probabilidad de obtener un par seis en el lanzamiento de dos dados no cargados. Después de todo, ya he tenido mis dos hijos, y sus géneros se conocen hace tiempo. Lo que está sobre el tapete, es la *probabilidad que usted asigna* a su conocimiento de mi familia. Como es el caso con la mayoría de aplicaciones de la teoría de probabilidades fuera de los casinos, la probabilidad a la que nos referimos es una medida del conocimiento individual del mundo, y así, diferentes personas pueden, y a menudo lo hacen, asignar diferentes probabilidades al mismo suceso o evento. Más aun, a

---

[1] Esta columna aparece originalmente en: http://www.maa.org/devlin/devlin_04_10.html . Ha sido editada manteniendo el tema central.

medida que acopia información adicional sobre el suceso, la probabilidad que usted le asigna al suceso puede cambiar.

Volviendo al acertijo inicial, para el nacimiento de los dos hijos hay cuatro posibles combinaciones de género, VV, MM, VM, MV, donde V significa varón y M mujer. Cada una de estas combinaciones con igual probabilidad de ocurrir. (Para evitar engorrosas complicaciones, estoy asumiendo que cada género tiene igual probabilidad de ocurrir al nacimiento, ignorando por ejemplo, la posibilidad de gemelos idénticos, etc.,) Así, si todo lo que le he dicho es que tengo dos hijos, usted debería (si está actuando razonablemente) decir que la probabilidad de tener dos varones es ¼. Pero si le digo algo más: como que, uno de los niños es varón. Eso elimina la posibilidad que ocurra MM.

Así tenemos las combinaciones de género VV, VM y MV. De estas tres posibilidades, en dos de ellas tengo varón y mujer y sólo en una hay dos varones, lo que indica que la posibilidad de de tener dos varones es una entre tres y la probabilidad es 1/3.

Si no ha estudiado esto antes, puede tomarle algún tiempo llegar a convencerse de que el razonamiento es correcto. Hace tiempo que pasé por esa situación, y de ahí que pensé que mi intuición era, más o menos confiable, hasta cuando encontré la siguiente variación al problema en mención.

Supongamos que ahora le digo a usted: tengo dos hijos, y (al menos) uno de ellos es un varón nacido un martes. ¿Qué probabilidad le asigna usted al suceso de que sean los dos varones?

Antes de seguir adelante le recomiendo hacer una pausa y tratar de resolver el asunto por usted mismo.

Mi reacción inicial fue que la información relativa al martes era irrelevante, puesto que el asunto era de género, y no de día de nacimiento. Caso en el cual, esta variante coincidía con la situación ya descrita y la respuesta sería nuevamente 1/3.

Pero de pronto empecé a reflexionar. Admito que mis dudas las ocasionaron la forma en que tuve acceso al problema: un aviso en Twitter del conocido matemático John Allen Paulos, respondiendo a otro aviso del escritor de ciencia del periódico (británico) *Guardian* Alex Bellos, que reportaba el problema expuesto por el maestro en acertijos Gary Foshee en el reciente "Gathering for Gardner" (Reunión para Gardner) celebrado en Atlanta.

Sospechando que habría algo más sobre este problema de lo que yo inicialmente había pensado, empecé a repetir el mismo razonamiento que en el problema original, pero tomando en cuenta los días de la semana cuando mis hijos habrían podido nacer. Tan pronto usted hace eso, va a notar que el problema de Foshee es realmente diferente. Pero ¿qué tan diferente? Mi intuición me decía que, puesto que el acertijo inicial tenía una respuesta de 1/3, la nueva variante tendría una respuesta también cercana a 1/3. Después de todo, conocer que el día de nacimiento es un martes, puede hacer, claro, una diferencia pero seguramente mínima, ¿cierto?

¡Falso! Este dato hace una sorprendente y gran diferencia. La respuesta a este nuevo acertijo es 13/27, valor muy próximo a ½, y no tan cercano a 1/3. Esto fue lo que me sorprendió al punto de ir a chequear mi solución con la que Bellos publicó en su blog pocos días después.

El quid del asunto está en que la variante de Foshee, parece de primerazo ser un cambio menor del problema inicial, pero en realidad el problema es significativamente diferente. La propiedad en la que se enfoca, no es el género, si no la propiedad combinada *género + día de nacimiento*. Esto hace del problema algo matemáticamente distinto, como lo mostraré en seguida. En lugar de los dos géneros V y M, del acertijo inicial, hay ahora 14 posibilidades para cada niño:

V-Lu, V-Ma, V-Mi, V-Ju, V-Vie, V-Sa, V-Do
M-Lu, M-Ma, M-Mi, M-Ju, M-Vie, M-Sa, M-Do

Cuando le digo que uno de mis hijos es un varón nacido el martes, estoy eliminando un buen número de combinaciones posibles, quedando las siguientes:

Para el primer hijo varón nacido un martes (V-Ma), el segundo hijo tiene las siguientes posibilidades: V-Lu, V-Ma, V-Mi, V-Ju, V-Vie, V-Sa, V-Do, M-Lu, M-Ma, M-Mi, M-Ju, M-Vie, M-Sa, M-Do.

Para el segundo hijo varón nacido un martes, las posibilidades son: V-Lu, V-Mi, V-Ju, V-Vie, V-Sa, V-Do, M-Lu, M-Ma, M-Mi, M-Ju, M-Vie, M-Sa, M-Do.

Note que la segunda alternativa tiene un miembro menos que la segunda, porque la combinación V-Ma +V-Ma, ya aparece en la primera, y no la podemos repetir sin alterar el hecho de que todos los sucesos tienen la misma posibilidad de ocurrir.

En total, hay 14 + 13 = 27 posibilidades. De éstas, ¿Cuántas me dan dos varones? Basta contarlas. Hay 7 en la primera fila y 6 en la segunda, para un total de 13. De ahí que hay 13 posibilidades favorables a que ocurran dos varones, lo que da como respuesta, una probabilidad de 13/27. (Como en el problema original, debemos asumir que todas las combinaciones posibles son igualmente probables. En el caso de los días de nacimientos, en realidad este no es el caso, puesto que la mayoría de ellos se dan los viernes, y muy pocos en los fines de semana, habida cuenta que los médicos en los hospitales procuran tener el fin de semana libre.)

Lo que hizo desviar mi intuición (y de pronto la suya también) fue mi poca familiaridad con las propiedades inherentes a *género + día de nacimiento*. Afortunadamente las matemáticas no mienten. Si deja su intuición de lado y formula correctamente el problema, las matemáticas le darán la respuesta correcta. Ahora que su intuición ha sido puesta en su sitio, vamos a dejarlos con este problema. Le digo, tengo dos hijos, y (al menos) uno de ellos es un varón nacido el primero de abril[2]. ¿Qué probabilidad asignaría usted a que mis dos hijos sean varones? Si cree que es demasiado engorroso entrar en detalles, simplemente diga si la respuesta está más cerca de ½ o de 1/3 o de otro número, y arriésguese a estimar su proximidad a estos números. (De nuevo, hay que asumir que todas las posibilidades son igualmente probables, ignorando en particular la bien conocida tendencia estacional en las variaciones de la natalidad.)

Si aun continúa con dudas en relación con todo esto, puede consolarse con el hecho de que usted no está solo. Representar problemas del mundo real correctamente para calcular probabilidades es notoriamente difícil. En mi libro reciente *The Unfinished Game*[3], describía cómo, nada menos que el matemático Blas Pascal tuvo enorme dificultad para entender un argumento de este tipo en su correspondencia con Pierre de Fermat.

Devlin's Angle se actualiza a comienzos de mes. Mire más columnas aquí. Puede también seguirle los pasos en Twitter a través de @nprmathguy.

---

[2] Nota del traductor. Una extensión más simple podría ser dar el mes de nacimiento, que por analogía daría una probabilidad de 23/47. Una generalización natural podría darse al suponer en el caso aquí considerado, que el nombre del hijo es John.

[3] Keith Devlin. *The Unfinished Game: Pascal, Fermat, and the Seventeenth-Century Letter that Made the World Modern*. Basic Books; First Trade Paper Edition (March 23, 2010)