

# Los estudiantes deberían aprender las matemáticas de rutina como se aprende a tocar un instrumento<sup>1</sup>

Julio 2011

## En el “Ángulo de Devlin”

### La Columna de Keith Devlin<sup>2</sup> en la MAA

Traducida y anotada por Diego Pareja Heredia. *Universidad del Quindío.*

En mi [pasada columna](#) definí lo que entiendo por “matemáticas de rutina” y acentué que el término se refiere a una colección de herramientas lógicas y cuantitativas esenciales para todo aquel que desea jugar un rol central en la vida de una nación avanzada en el siglo XXI. También observé que se aprende mejor este conocimiento cuando él, va ligado a la diaria experiencia. En efecto, estudios relacionados muestran que casi la totalidad de los ciudadanos corrientes pueden lograr un nivel de eficiencia del 98% cuando se enfrenta con problemas matemáticos de uso en la vida cotidiana. Pero, cuando los problemas se le presentan en la forma en que lo hace un matemático, expuestos como problemas formales que se resuelven con papel y lápiz, su desempeño cae alrededor del 37%. (Así que, para los individuos en cuestión, estos problemas no son la misma cosa.)

Evidentemente entonces, los métodos formales que enseñamos en la escuela no son la forma más eficiente de lograr el dominio de las matemáticas de rutina. Más aun, frente a estos resultados, estos métodos no son la forma más natural de enseñar las matemáticas del

---

<sup>1</sup> Esta columna aparece originalmente en: [http://www.maa.org/devlin/devlin\\_07\\_11.html](http://www.maa.org/devlin/devlin_07_11.html) . Ha sido editada manteniendo el tema central. La traducción de la primera parte aparece en : <http://www.matematicasyfilosofiaenelaula.info/Filosofia/SebuscapiPodmatematico.pdf>

<sup>2</sup> El matemático Keith Devlin (email: [devlin@stanford.edu](mailto:devlin@stanford.edu)) es el director ejecutivo de Human-Sciences and Technologies ([H-STAR](#)) de la Universidad de Stanford y representa [The Math Guy](#) en la radio NPR (National Public Radio). Su más reciente libro es [Mathematics Education for a New Era: Video Games as a Medium for Learning](#), publicado por AK Peters/CRC Press.

diario vivir. Una característica de estas matemáticas es que ellas no son inherentemente simbólicas (en el sentido familiar de llevarlas a cabo manipulando símbolos con papel y lápiz.) Al contrario, las matemáticas de rutina son una colección de habilidades que los humanos hemos desarrollado para razonar en torno a los problemas de nuestro mundo. Una vez que hayamos asimilado estas habilidades mentales, generalmente las usamos en el diario vivir en forma automática, en forma irreflexiva, muy parecido al modo en que leemos. Así, ¿por qué enseñamos las matemáticas de rutina en forma simbólica?

Antes de dar respuesta a este interrogante, noten que no estoy preguntando por qué enseñamos matemáticas en forma simbólica, sino matemáticas de rutina. Hay por lo menos dos buenas razones para hacerlo así. En su lugar estoy preguntando ¿por qué usamos un enfoque simbólico para enseñar matemáticas de rutina que no son en esencia simbólicas? Y la razón mayor para esto es que, mientras hay evidencia plena de que todo mundo puede dominar las matemáticas de rutina cuando se hace uso diario de ellas, la mayoría de la gente falla en adquirir conocimiento pleno de las matemáticas simbólicas. Esto significa que la salida simbólica hacia las matemáticas de rutina no es una salida, si no más bien un cuello de botella – un cuello de botella a través del cual mucha gente no logra pasar hacia un objetivo que se podría lograr si se *aprendiera en una forma diferente*.

La razón para colocar un cuello de botella donde debiera haber una amplia salida es que, prácticamente por la totalidad de la historia de las matemáticas, hemos tenido solamente un medio de almacenar y distribuir el conocimiento matemático: **los símbolos escritos**. Al principio esos símbolos se escribieron en tablillas de arcilla, haciendo de las matemáticas casi la única disciplina heredada desde la edad de piedra con el recurso de las tablas de piedra. Luego la arcilla cedió el paso al pergamino, y finalmente al papel. En forma paralela los maestros de matemáticas y sus alumnos pasaron esos símbolos a medios menos permanentes como las pizarras, los tableros y los marcadores. Con varios milenios aprendiendo matemáticas con símbolos escritos, es comprensible que la mayoría de la gente crea que las matemáticas *tienen* que ser presentadas en esa forma. Es más, hasta donde puedo decirles, la mayoría de personas piensan que las matemáticas son un conjunto de reglas para manipular símbolos. Es ciertamente así, como muchos maestros las presentan hoy en día.

Pero mientras mucho de las matemáticas avanzadas se definen por medios simbólicamente presentados con el recurso de estructuras lingüísticas (el cálculo es un ejemplo obvio), no ocurre lo mismo con las matemáticas de rutina, las que *son un modo de pensar y de entender aspectos del mundo en que vivimos*.

Compare las matemáticas de rutina con la música. Nadie, estoy seguro, confunde la música con su representación escrita en papel usando la notación musical. La música es algo que usted interpreta o escucha (o ambas cosas); la partitura musical escrita en la notación simbólica abstracta que nos es familiar, no es otra cosa que una forma de almacenar la música y de distribuirla ampliamente. En efecto, por muchos años, fue la única forma de hacerlo. Sin embargo, han pasado muchas generaciones de formas tecnológicas de grabar y de distribuir la música (la más reciente, el iPod,) que han hecho que la notación musical sea redundante como mecanismo de almacenamiento y distribución, dejando la representación

simbólica a los profesionales de la música, aunque algunos profesionales hoy en muchos casos, no se molestan en dominar el pentagrama.

En el momento en que dispongamos de un equivalente a un iPod para las matemáticas de rutina podremos deshacernos del cuello de botella en el que se ha constituido el aprendizaje y dominio de la simbología inherente en ellas y lograr el tan anhelado objetivo de la sociedad moderna: hacer que *cada ciudadano tenga el eficiente dominio de las matemáticas del día a día*.

De nuevo quiero enfatizar que el foco en este ensayo es la meta de formar un ciudadano “lógicamente formado en matemáticas operativas”. Las matemáticas simbólicas son tan importantes en el mundo de hoy, al punto que cada uno de nosotros deberíamos tener alguna familiaridad con ellas. Un beneficio de este aprendizaje es que ello facilita usar las matemáticas de rutina en formas y circunstancias novedosas. Son ellas además el portal hacia las ciencias y la ingeniería, y a cada niño deberíamos darle la oportunidad de atravesar este portal particular. Pero considerando que la ausencia de dominio de las matemáticas de rutina es un claro impedimento para un correcto desempeño como ciudadano del siglo veintiuno, mucha gente no se siente afectada al carecer del conocimiento sobre las matemáticas simbólicas. La dependencia del dominio de una representación simbólica, como medio para enseñar matemáticas de rutina es lo que necesitamos abolir.

Para ser precisos, el iPod no es la metáfora exacta para el aprendizaje de las matemáticas de rutina, aunque apunta a la tecnología apropiada. En términos de aprendizaje, una mejor comparación se hace con el piano. Como todo padre de familia sabe, la mejor forma para que un niño aprenda música es llevar un piano a casa, y permitir que el niño toque. Seguro que alguna instrucción ayuda, pero esa instrucción debe estar acompañada con el acto de tocar o tratar de tocar el piano. El niño escucha la música en el iPod y entonces se sienta y trata de reproducir la melodía en el piano.

Claro, esto toma mucho tiempo de práctica y muchos niños desertan – yo fui uno de ellos – pero nadie dice ante esta experiencia “nunca entendí de que se trataba la música, simplemente no fui capaz de meterme en el cuento.” ¡Sospecho lo que dirían si ellos fueran forzados a dominar la escritura musical estudiando diez años sin recibir la oportunidad de tocar un instrumento! Pero ningún profesor de música haría tal cosa. La razón es que ellos saben, como usted o yo, que la gente aprende mejor las cosas haciendo, no leyendo o haciendo ejercicios con papel y lápiz.

Si quiere aprender a conducir un vehículo, a esquiar, a jugar tenis, golf, ajedrez, etc., usted aprenderá haciéndolo. Usted acelera el proceso de aprendizaje si recibe la ayuda de un amigo, un familiar o instructor que ya conoce las técnicas de la actividad a aprender. Pero fundamentalmente se aprende haciendo lo que se busca aprender profesionalmente.

Que tal si tuviéramos un equivalente al piano para practicar las matemáticas de rutina, que llevara a que todos lograran el dominio de sus técnicas lógico-cuantitativas al punto que su práctica se convirtiera en rutina para todo el mundo.

Pues bien, ya está o mejor ya podemos conseguir ese piano que funciona como un instrumento para el aprendizaje de las matemáticas de rutina. El por qué estoy escribiendo esta nota es que, después de miles de años de instrucción matemática, finalmente hemos aprendido a construir tal instrumento. Lo sé porque por varios años he venido trabajando en un proyecto orientado a realizar precisamente eso.

Más exactamente, conocemos como construirlos. Una cosa que hemos aprendido (hasta donde puedo contarles), es que a diferencia del piano, no hay un “instrumento” universal en el cual podamos “tocar” (es decir, practicar y aprender) las matemáticas de rutina. Mejor aun, se requiere más o menos una gran orquesta de instrumentos. Un instrumento sobre el cual pueda uno tocar un tópico del currículo, generalmente no sirve para tocar otro tópico distinto. En efecto, algunos tópicos (al parecer) requieren varios instrumentos a la vez a fin de obtener un profesionalismo en ellos. En un periodo de cuatro años hemos diseñado y construido varios prototipos y los hemos experimentado con niños.

Ese proyecto exploratorio terminó hace algún tiempo. Desafortunadamente, por cuanto se hizo en convenio con una compañía de software comercial, yo no puedo mostrarles el prototipo construido, pero tanto yo como otros quienes trabajamos sobre el proyecto estamos ahora buscando fondos para convertir esos prototipos en artículos que salgan al mercado. Así que estén todos pendientes. Puedo, sin embargo, decirles una de los principios clave del diseño básico que hemos usado, y puedo señalar dos productos disponibles ya para niños que se derivan de los productos que trabajamos para estudiantes de la educación media.

¿Qué es lo que hace tan natural aprender a tocar piano, precisamente tocando piano? (Aunque suene estúpido, porque “¿de qué otra forma puede ser?” Déjeme recordarles, que los niños no aprenden matemáticas de rutina – una forma de pensamiento – haciendo matemáticas de rutina, sino como instrucción usando los textos y el salón de clase a través de la manipulación simbólica.) El aprendiz sentado frente al piano es claro que está haciendo lo que quiere aprender. Al principio, no lo hace bien, desde luego. Pero el va ganando destreza a medida que repite tratando de hacerlo bien. Más aun, antes de necesitar la guía del instructor, él nota sus deficiencias oyendo las notas que el piano emite.

Una retroalimentación más compleja y las correcciones llegan más tarde, por supuesto. Sólo cuando el aprendiz ha avanzado considerablemente, necesita al instructor (en el rol de guía y no como un apuntador) para ofrecerle consejo, y aun entonces es inmediato y el practicante lo repite y trata de nuevo. En el fondo, el piano mismo le dice a usted como lo está haciendo, y le ofrece constante e inmediata reacción a su progreso. Esto es muy diferente al aprender matemáticas, donde al entregar la tarea, uno tiene que esperar que el profesor le diga o le señale con lápiz rojo los errores en el trabajo. No sólo esa reacción viene mucho después que su mente se alejó de lo que estaba haciendo en la tarea, sino que pone al profesor en una posición autoritaria decidiendo que está bien o que está mal. Y más aun, el instructor se convierte en un dictador con relación a los procesos de pensamiento del estudiante, que son las matemáticas que se suponen están allí involucradas, y también de lo que uno escribió codificado en símbolos.

Seguro que si un niño tuviera un tutor personal, entonces algunos de los problemas con la enseñanza tradicional de las matemáticas podrían superarse. La interrelación entre profesor y alumno es instantánea y un buen instructor puede hablar con el alumno y encontrar exactamente lo que podría ocasionar posibles errores. Para tener éxito, el profesor debe tener habilidades docentes y establecer empatía con el estudiante, pero aun en las mejores circunstancias, es el instructor quien le dice al estudiante qué es lo bueno y qué está malo, no las matemáticas mismas. El niño que aprende piano llega a saber cuando está en la nota precisa y cuando no, adquiriendo con la práctica un entendimiento de la música y del instrumento; y ellos (el alumno y el piano) son los árbitros que deciden qué está bien o mal y no es el instructor.

En el caso de las matemáticas de rutina, éstas se reducen a procesos de pensamiento en relación con el mundo que nos rodea, así que todo lo que necesitamos hacer para ofrecer algo comparable a una experiencia de aprendizaje es construir “instrumentos” que encapsulen los rasgos claves del mundo y permitan a los niños aprender tocando estos instrumentos.

Bien, pues resulta que la frase “todo lo que necesitamos hacer” oculta un gran desafío. Hubo un número de hábiles personas trabajando en el proyecto del que formé parte, que incluía destacados educadores matemáticos y encontramos difícil y agobiante hallar la forma “natural” de encapsular en el “instrumento” las habilidades requeridas para el aprendizaje de las matemáticas de rutina, que además de ofrecer el ejercicio de una actividad específica, fuera suficientemente atractivo y estimulante para mantener en ella interés por parte del practicante. Aunque llegamos a acumular entre treinta y treinta y cinco de tales actividades que parecían acopiar lo pedido (no todas ellas chequeadas en los niños en una base amplia, por lo tanto algunas de ellas probablemente no funcionen en la práctica), yo no estoy del todo convencido que cada tópico de las matemáticas de rutina puedan aprenderse de este modo. Pero algunas partes si se pueden y no sabremos de sus limitaciones hasta que las llevemos a la práctica. Aunque sólo pudiéramos cubrir una pequeña parcela de las habilidades de las matemáticas de rutina, eso sería un progreso bastante significativo. No sólo porque facilitaría a los futuros ciudadanos adquirir esas destrezas matemáticas, sino que permitiría que ellos lleguen más allá con recursos adicionales, generando confianza y apego para dominar otras partes de las matemáticas.

Ustedes se pueden formar una idea de lo que les estoy hablando si se acercan a Apple App Store y bajan [Motion Math](#). Este software fue elaborado por tres estudiantes graduados del programa Diseño de Aprendizaje y Tecnología (LDT, por su sigla en inglés), que lleva al aprendiz a ensayar un instrumento que al tocarlo, le permite adquirir un profundo entendimiento de cómo ordenar fracciones. (Incidentalmente, yo no estuve en ese proyecto, pero vi el resultado cuando los estudiantes presentaron un demo, justo antes de que se convirtiera en un producto comercial). No representa mucho en términos de cobertura curricular e intrínsecamente, tampoco asegura maestría absoluta en el ordenamiento de fracciones. Pero tiene el importante, control natural y los rasgos de retroalimentación de los que estoy hablando, que facilitan el aprendizaje a través del hacer. Esto lo convierte en un instrumento que puede formar parte de la orquesta apropiada.

*Motion Math* también destaca los dos significados de la palabra “tocar” que son relevantes para nuestro tema. He estado hablando aquí de “tocar” un instrumento, como el piano. *Motion Math* es un juego (en video) común y corriente que puede jugarse en un iPad o en un celular de alta gama. En este caso, estos dos significados de la palabra jugar van a aplicar, y probablemente van aplicar a todos los instrumentos de la orquesta matemática a la que nos referíamos arriba. Al diseñar y construir esa orquesta, tenemos que requerir la máxima experiencia del recurso de la industria de los videojuegos.

El otro ejemplo que quiero presentar es el *Jiji*, un videojuego producido por [MIND Research Institute](#), una agremiación tecnológica educacional, sin ánimo de lucro, radicada en el sur de California. Este es un juego sencillo que contiene muchas experiencias matemáticas individuales de aprendizaje. Si observa las actividades individuales, verá que están construidas como un modelo de la metáfora del aprendizaje del piano del que estuve hablando. Los diseñadores en MIND dejan las representaciones simbólicas de lado y desarrollan nuevas, representaciones *nativas* de técnicas matemáticas básicas de modo que los jóvenes aprendices puedan “tocar” con los conceptos por si mismos. Sólo cuando ellos dominen determinado concepto, estarán en condiciones de recibir la representación simbólica para la misma operación. (Y permítanme acentuar que el propósito no es “abolir la notación simbólica”, ni la misma operación en las matemáticas de rutina. El objeto es reemplazar el cuello de botella por una amplia salida por la cual todo el mundo pueda pasar. Entonces, cuando todos hayan pasado podremos ir a la parte simbólica. )

Aquí entonces está el futuro de la educación para las matemáticas de rutina. La única pregunta es ahora, ¿cuántos años debemos esperar en el futuro para tener una sociedad moderna con ciudadanos lógicamente y matemáticamente estructurados para que ella funcione bien?

Para más detalles, ver mi reciente libro sobre educación matemática a través de videojuegos.

Hablando de libros recientes, en Julio 12 de 2011 salió al mercado en Estados Unidos mi nuevo libro [The Man of Numbers: Fibonacci's Arithmetic Revolution](#), la primera relación en forma de libro de la publicación del *Liber Abaci* de Leonardo de Pisa y los episodios subsiguientes que sacudieron esa época. Si ustedes piensan que la primera revolución del computador personal tuvo lugar en Silicon Valley en 1980, piénselo de nuevo. Lo que ocurrió en Palo Alto y Cupertino no fue más que la repetición de la misma historia. La primera revolución de la computación personal ocurrió en la Italia del siglo trece, con sus orígenes, específicamente en Pisa. Gracias al descubrimiento reciente de un manuscrito medieval en la biblioteca de Florencia, conocemos ahora cómo un hombre conocido popularmente por Fibonacci, inició esa revolución, y como consecuencia de ello sobrevino el lanzamiento del moderno mundo del comercio. Mi nuevo libro cuenta esta interesante historia.