Matemáticas y Humanismo

Diego Pareja Heredia.

Marzo 2007

Euler. Tres siglos después.

Leonhard Euler (se pronuncia Oiler) es un matemático cuya vigencia, parece no tener límite. Gauss recomendaba a sus discípulos leer a los maestros, y nombraba al matemático suizo, como uno de los grandes. Este año, cuando se cumple el tercer centenario de su nacimiento, nació el 15 de abril de 1707 en Basilea, hay una amplia gama de eventos conmemorativos, en varias partes de Europa y de América, que buscan destacar, la enorme importancia de las contribuciones de Euler a las matemáticas y a las ciencias. El liderazgo en estas celebraciones lo tiene la ciudadanía de Basilea, su ciudad natal, con el apoyo de instituciones como: la Confederación Suiza, los Cantones de Basilea-Stadt y Basilea- Landschaft, la Universidad de Basilea, la Academia Suiza de Ciencias, la Sociedad Suiza de Naturalistas y la Sociedad Matemática Suiza. El sitio Web: http: //www.euler-2007.ch/en/komitee.htm , ofrece amplia información sobre las actividades a realizarse durante este año para recordar y destacar la magnífica obra de este portento de las matemáticas.

Como el siglo de las luces, el siglo de la razón o el siglo del iluminismo o de la ilustración, se conoce al siglo XVIII. Destacarse como el más grande matemático de este siglo, cuando surgieron tantas figuras importantes en las ciencias, las artes, la literatura y la filosofía, dice mucho del sitial de honor que ocupó Euler en su tiempo. Turgot, contralor general de Luís XVI, lo calificaba como el “famoso Leonhard Euler” en 1774, cuando el matemático de sesenta y siete años y ya ciego, estaba en el pináculo de su inagotable producción matemática. Tanto escribió de matemáticas y ciencia, que la Academia de Ciencias de San Petersburgo, tuvo material para seguir publicando su obra inédita, aun cincuenta años después de su muerte. La producción de Euler es monumental; hasta hace unos años se seguía publicando su *Opera Omnia*, ¡mas de ochenta volúmenes*!* Es como imaginarse la gran enciclopedia Espasa convertida en solo matemáticas. En 1910 el número de sus publicaciones alcanzó la cifra de 866, incluyendo 25 volúmenes dedicados a áreas específicas que van desde álgebra y análisis, pasando por geometría, teoría de números, mecánica y óptica, hasta llegar a la filosofía y a la música.

Basilea es la cuna de una pléyade de grandes matemáticos. Además de Euler, figura la familia de los Bernoulli, cuyos troncos mayores fueron, Jacob y Johann, sucedidos por Daniel y Nicolás y al menos por cinco nombres más, que hacen de este núcleo familiar un caso único en la historia de las matemáticas. Además, Basilea dio dos matemáticos, que aunque no tan conocidos como los anteriores, si muy destacados, ellos fueron: Nicolás Fuss (1755-1826) y Jacob Hermann (1678-1733). Fuss fue secretario de Euler en San Petersburgo, por siete años; y en cierto aspecto coautor de mucha de la producción matemática de Euler en esos años; como que ayudó a preparar doscientos cincuenta artículos para publicación, lo que es mucho decir. La prestancia histórica de Basilea en el aspecto matemático, se reconoce al descubrir que el famoso *Premio Bordin* de la

Academia de Ciencias de París, fue otorgado en veintiocho ocasiones a matemáticos de esta ciudad, entre ellos, por supuesto, a Euler, en doce oportunidades.

Las matemáticas salieron enriquecidas por las contribuciones de Euler, no únicamente en sus contenidos, si no también en su metodología y presentación. Con pequeñas diferencias, los textos que Euler escribió, tienen la presentación que hoy vemos en los libros donde aprendimos cálculo, ecuaciones diferenciales o inclusive álgebra. Mucho de esto se debe a que Euler introdujo una simbología que pasó a ser estándar en las matemáticas, como por ejemplo: la constante de Euler, el número e de Euler, número i para la unidad imaginaria, $f(x)$, para denotar una función, *senx*, *cosx*, *tanx*, para las funciones trigonométricas, seno, coseno y tangente, Δ para el incremento de una función y Σ para denotar suma, entre otros muchos símbolos y denominaciones, que se ven en la literatura matemática actual. Más aun, la obra de Euler podemos leerla, y aún está en imprenta. Para citar un caso, tengo en mi biblioteca, *Elements of Algebra*, prologada por C. Truesdell y publicada por la editorial Springer en los años ochenta del siglo pasado. Basta entrar a http://www.amazon.com/ para constatar el número de títulos que están en circulación y a los cuales podemos acceder y cerciorarnos de que tan vigente sigue Euler en nuestros días.

Euler fue partícipe de una época heroica en el acontecer matemático del siglo de las luces. Me refiero a la creación de dos grandes academias de ciencias: la Academia de San Petersburgo y la Academia de Berlín, creadas en cierto modo, a imagen de las ya reconocidas e influyentes, *Academia de París* y la *Sociedad Real de Londres*. Invitado por Daniel Bernoulli, uno de los convocados por Pedro el Grande para formar parte de la recién creada academia de San Petersburgo, Euler llegó a ser el secretario y la figura más representativa de ella. Posteriormente pasaría a hacer parte de la Academia de Ciencias de Berlín, creada por sugerencia de Leibniz y con el patronazgo de Federico II, emperador de Prusia, monarca, muy relacionado con las esferas cultas del humanismo europeo. Figuras como Voltaire y a D´Alambert, por ejemplo, estuvieron relacionadas con el famoso emperador. La relación de Euler y el emperador, sin embargo, no fue muy cordial. Tampoco hubo empatía con Voltaire. Euler después de algunos años volvió a San Petersburgo, hasta su muerte en 1783. El tiempo que permaneció en Rusia, unido a la gran producción matemática lograda allá, explica porqué los matemáticos rusos, tengan a Euler, como a uno más de los suyos.

En Euler tenemos suficiente motivación para emprender cualquier aventura matemática, ya sea en las matemáticas elementales ligadas a la teoría de números, como en las matemáticas avanzadas en conexión con el análisis matemático o la topología, por ejemplo. En teoría de números encontramos fascinantes relaciones que Euler descubrió. Para sólo citar dos, empecemos con la ley de reciprocidad cuadrática que relaciona, la solución de congruencias con números primos. Este aspecto de la teoría de números dio suficiente tema a Gauss para escribir sus famosas *Disquisitiones Arithmeticae*. Las funciones *beta*, *gama* y *zeta* tienen su origen en trabajos de Euler. Éstas, posteriormente darían pie para estudios juiciosos, como fue el caso de la función *zeta*, estudiada por Riemann, quien conjeturó que todos los ceros no triviales de esta función caen en la recta, $x = 1/2$ en el plano complejo. A propósito, esta conjetura entró a formar parte de los Problemas del Milenio del Instituto Clay, con un premio de un millón de dólares (Detalles de los problemas pueden verse en http://www.claymath.org/millennium/).

Euler tenía un estilo de trabajo, no muy pegado a los estándares actuales (aún el cálculo y análisis no se habían sometido al rigor impuesto por Cauchy y Weierstrass), que le permitió deambular libremente por senderos donde la intuición y la imaginación forma un telón de fondo que propicia métodos no convencionales de aproximación a problemas muy profundos. Un ejemplo, digno de mención es su acercamiento a la función zeta a través de una igualdad, que para los cánones actuales no tiene sentido:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \prod_{p} (1 - \frac{1}{p})^{-1}.$$

Donde *p,* en el producto de la derecha, recorre todos los primos, 2, 3, 5, … . Tanto la serie como el producto divergen, y así: ¿cómo pueden ser iguales, dos cosas que van a infinito? La serie armónica de la izquierda es un caso particular de la función zeta de Riemann:

$$\zeta\,(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}\text{ , donde } s = \sigma + ti.$$

Al producto de la derecha llega Euler, al interpretar la serie $\sum_{i=0}^{\infty} a_i x^i$ como un polinomio que podría factorizarse en términos de sus raíces: $(1\text{-}\frac{x}{r_1})(1\text{-}\frac{x}{r_2})(1\text{-}\frac{x}{r_3})$ …. Ilustrativo es el caso que toma Euler de la función 1-*senx*, expresada como polinomio infinito y que al igualar los coeficientes de *x* en el producto dado arriba, encuentra que

$$\pi/4 = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \ldots .$$

Valor que previamente había encontrado Leibniz, aunque por distinto método.

Aun hoy, después de más de doscientos años de su desaparición (Euler murió en 1783), seguimos hablando de sus sorprendentes resultados y recorriendo los caminos abiertos por él en busca de nuevas aventuras y nuevos enfoques matemáticos. No es únicamente la celebración del tricentenario, lo que en este año vamos a compartir. Es además, la gran variedad de literatura relacionada con Euler que tendremos a disposición. Empezando con lo inmediato: lo que circula en la red. Una columna que funciona hace algunos años es la del profesor Edward Sandifer en: http://www.maa.org/ con un nombre muy sugestivo: ¿*Cómo lo hizo Euler*?, y que en este mes de Febrero dedica a los diez grandes hits matemáticos de Euler, entre los cuales figuran fórmulas como estas:

V – E +F = 2, donde ***V, E*** y ***F***, representan el número de vértices, aristas y caras de un poliedro convexo, respectivamente.

$e^{\pi i}$ **+ 1 = 0.** Aquí *i* es la unidad imaginaria y π el área del círculo de radio 1. Esta fórmula llama la atención porque en ella aparecen juntos, cinco números muy especiales: π , *e, i,* 1 y 0.

$\sum_p \frac{1}{p} = \infty$**,** donde la suma recorre todos los números primos. Consecuencia de esto, es el hecho de que el conjunto de los números primos es infinito. Esta es la primera prueba alternativa de la infinitud de los primos que encuentra Euler después de la dada por Euclides, dos mil años antes, en la Proposición 20 del libro IX de los *Elementos.*

$\zeta\,(2) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$. Esta evaluación de la función ζ de Riemann en 2 se conoce como el *Problema de Basilea.*

Mucho hay que ver y decir sobre la obra de Euler. Para empezar, bueno es visitar la columna del profesor Sandifer, citada arriba en el portal de la MAA y si queremos conocer el *Archivo Euler* visitar http://math.dartmouth.edu/~euler/ y así darnos cuenta cuánto más podemos aprender de este prolífico matemático.

Diego Pareja Heredia es profesor de la Universidad del Quindío y antiguo colaborador de la revista *Matemática-Enseñanza Universitaria*, editada por el recordado profesor, *Yu Takeuchi.* Esta columna está proyectada para salir diez veces al año. Comentarios pueden enviarse a depehache@yahoo.es o visitando www.matematicasyfilosofiaenelaula.info .