El estado de la educación matemática.

De Felix Klein a Hyman Bass. Una apreciación personal.

Diego Pareja Heredia. *Universidad del Quindío.*

Introducción.

¿*Cómo podemos probar que e y p son trascendentes*?, es una de las preguntas que Felix Klein responde en un curso de actualización para profesores de colegios de bachillerato de la Asociación para el Avance de la Educación Matemática y de las Ciencias Naturales de Alemania. Estamos hablando de un cursillo que el "gran Felix Klein", matemático de talla mundial, dicta a los docentes de educación media en los años de 1890[1]. Esta serie de charlas se realizan en los claustros de la que llegaría a ser la *meca mundial de las matemáticas*, la Universidad de Gotinga. Hay que destacar que Klein fue un matemático muy comprometido con la educación matemática, faceta de la vida intelectual del gran matemático alemán, no muy conocida.

La trascendencia de *p* fue establecida por Ferdinand Lindemann en 1882. No hay duda de que este logro fue gigantesco, si se tiene en cuenta que, al determinar la trascendencia de *p* , queda resuelto negativamente, un problema propuesto desde la antigüedad griega: la *cuadratura del círculo*. Klein, a los pocos años de este hecho, ya está ventilando este tema entre los profesores de educación secundaria. Con esto quiero poner de presente que a fines del siglo XIX, los descubrimientos, o los avances de las matemáticas, llegan a los educadores casi al tiempo en que se producen, permitiendo así su difusión entre sus educandos y de allí pasen, a formar parte de la cultura social, máximo objetivo de cualquier sistema educativo.

Mencionemos también que, Tolstói, a mediados del siglo XIX, en una parte del clásico de la literatura universal, *Guerra y Paz*, propone buscar las leyes que gobiernan la historia de la humanidad, a través de una teoría basada, nada menos que, en el cálculo integral, una disciplina inventada por Newton y Leibniz en el siglo XVII, y que en el tiempo cuando escribe Tolstói, está en proceso de desarrollo y consolidación en Alemania y Francia. Sin entrar en detalles técnicos, la idea de Tolstói es usar el recurso de los infinitesimales para interpretar los episodios históricos y así, a través de ellos, llegar a las leyes que gobiernan, el aparentemente caprichoso, comportamiento humano, a lo largo de la historia[2]. Aquí, como en el caso de Klein, las matemáticas que se estilan en la época, son las que usa Tolstói para su especulación histórico-literaria.

Lo mencionado en las líneas anteriores, contrasta con la época en que vivimos. Con todos los medios de comunicación a nuestro alcance, con la tecnología de nuestro lado, con las mejores condiciones de vida que el progreso nos depara y aún así, los docentes, vivimos desconectados de lo que ocurre en las fronteras de las matemáticas. Si así estamos los docentes, es de esperarse, que el ciudadano común y corriente, permanezca en situación de mayor atraso.

¿Cuáles han sido las causas que han propiciado esta separación abismal, entre lo que enseñamos, y lo que ahora es noticia mundial en matemáticas?

---

[1] KLEIN, F. et al. *Famous Problems of Elementary Geomettry and other Monographs*. Chelsea Publishing Company. New York. Second Ed. 1980.

[2] Un poco más sobre esto se encuentra visitando: http://www.matematicasyfilosofiaenelaula.info/cronic%20XV.pdf.

¿Qué hacer para cerrar la brecha entre lo que el profesor enseña y aquello que actualmente es motivo de investigación en las matemáticas?

Analizar estas preguntas y reflexionar en torno a ellas, es el objetivo central de esta exposición.

Antes de abordar el tema digamos algo sobre Felix Klein y sobre Hyman Bass. Felix Klein (1849-1925) fue un matemático muy influyente, en los círculos intelectuales de fines del siglo XIX y comienzos del siglo pasado, no sólo porque fue una de las luminarias de la *Escuela matemática de Gotinga,* sino además, por sus contribuciones a muchas áreas de las matemáticas. Su *Programa de Erlangen*, es una muestra de su capacidad universalista, la que permitió usar el álgebra moderna (más específicamente la teoría de grupos) como factor integrador de las diferentes formas de ver, la geometría de su tiempo.

El título de esta presentación está motivado por el interés que Hyman Bass, un prestigioso y creativo matemático de la Universidad de Michigan, ha mostrado hacia la educación matemática actual. En su artículo *Mathematics, mathematicians and mathematics education* [3], nos hace partícipes de sus experiencias en la investigación y en la práctica educativa a nivel elemental, no obstante que, su trayectoria docente e investigativa en áreas avanzadas de las matemáticas, tiene una larga trayectoria. Hyman Bass, fue presidente de la *American Mathematical Society*, y también presidente hasta 2006, de la *International Commission on Mathematical Instruction* (ICMI).

La separación entre lo que se enseña y lo que se investiga.

La educación parece estar en crisis permanente desde comienzos del siglo XX. Esta crisis se ve reflejada, aún en letras de canciones, como en *Cambalache*, aquel tango de Enrique Santos Discépolo, uno de cuyos versos afirma "… *es lo mismo un burro que un gran profesor*", o para citar el caso de Colombia, en una frase de nuestros abuelos, al referirse a personas de poco futuro: "*Si no sirve para nada, es posible que sirva para maestro*". En este contexto la educación se ha mirado como actividad de tercera clase.

El comienzo del siglo pasado, fue una época de un gran dinamismo en la creación matemática. Dinamismo impuesto gracias, sobre todo, a corrientes intelectuales bien definidas, originadas en Alemania, Francia, Gran Bretaña y en parte a la tradición de la escuela matemática rusa. Fue tal el avance investigativo por esa época, que consecuencia de ello, hoy podemos apreciar retrospectivamente, la eclosión de muchas áreas nuevas, entre ellas: la topología, el álgebra moderna, la teoría de medida, el análisis complejo, la lógica matemática, el análisis en sus ramas abstractas, la teoría de probabilidades y especializaciones de estas áreas que conducen a nuevas ramificaciones. En virtud a este rápido desarrollo, la educación matemática, encasillada en la tradición de los cursos básicos de aritmética, algebra elemental, geometría y cálculo infinitesimal, no pudo asimilar los cambios vertiginosos del desarrollo matemático y se quedó definitivamente

[3] BASS, H. *Mathematics, mathematicians and mathematics Education*. Bulletin of the American Mathematical Society. Vol. 42, No. 4. October 2005.

atrás, con un rezago tal, que como lo vemos ahora, y con nuestros recursos de formación tan limitados, es muy difícil de superar. A no ser que, pensemos en alternativas revolucionarias en cuanto al enfoque de la educación en general y no únicamente en el aspecto matemático.

Estamos enseñando para comprender las matemáticas y los problemas científicos de épocas pasadas. Los problemas de las nuevas generaciones, son problemas de otro alcance y profundidad, diferentes a los que se ventilaba en el tiempo de Euclides o en las generaciones que siguieron a la influencia de Al-Khowarizmi, que cambiaron el ábaco, en sus diferentes formas, por los métodos algorítmicos, hechos conocer, precisamente, por el matemático árabe del siglo IX.

Con los estrechos recursos de la aritmética, el álgebra elemental, la geometría y el cálculo infinitesimal que se enseña en el bachillerato, es imposible llegar a comprender los temas centrales de actualidad matemática mundial, como: la solución de la Conjetura de Poincaré, la noticia matemática del año pasado, o quizá, la noticia matemática del siglo XXI, o el *mapeo* de E_8 que fue la noticia del mes de marzo de 2007. Para comprender el significado y la importancia de estos logros matemáticos se hace menester, conocer un poco el lenguaje de la topología y de la geometría diferencial, en el primer caso y en el segundo, un mediano conocimiento de la clasificación de las álgebras de Lie. Estos temas por exóticos que parezcan, pueden estar al alcance de la comprensión del profesor de bachillerato, siempre que, en las universidades donde se preparan, se cambien los contenidos matemáticos de los programas, y éstos se orienten de forma tal, que, posibiliten el aprendizaje de los mismos. Estos temas, aunque son relativamente nuevos, no dejan de ser fascinantes.

Hay muchas razones que sustentan la gran separación entre lo que aprendemos durante la escolaridad y lo que se produce en matemáticas y no sólo en las llamadas matemáticas puras; también en las matemáticas aplicadas, hay áreas fundamentales, de las que nunca oímos hablar, ni en el bachillerato, ni en la universidad. Como docentes de matemáticas, es nuestro deber, mostrar al estudiante, el basamento matemático que está detrás, por ejemplo, de la moderna tecnología, o en los alcances de los logros matemáticos de los últimos tiempos. Lo mencionado hasta aquí, es suficiente para mostrar la separación abismal que existe, entre lo que enseñamos y lo que se investiga, o se logra en las matemáticas actuales.[4]

Para cerrar la brecha.

El problema de la educación matemática está inmerso en la problemática educativa y como dijimos en el apartado anterior el currículo actual de la educación matemática es muy estrecho. Y por qué no decirlo: anacrónico. Vivimos una época de cambios radicales, en donde la tecnología nos abruma en todos los aspectos, y si no logramos entrar en la tónica de sus grandes posibilidades, estaremos en la situación del que pregunta: *¿Quién se ha llevado mi queso*?[5], al

[4] Una apreciación de este hecho puede verse en una corta nota del autor, en: http://www.matematicasyfilosofiaenelaula.info/Cronica%20XIX.pdf.

[5] JOHNSON, Spencer, MD. *¿Quién se ha llevado mi queso? Como adaptarnos a un mundo en constante cambio.* Editorial Urano. Barcelona. 2000.

darse cuenta de que las oportunidades se están escapando de sus manos, al no ponerse a tono, con los cambios por los que atraviesa la humanidad.

Para cerrar la brecha tenemos que recurrir a la tecnología de punta y ésta tiene en su parte frontal al computador, la herramienta que ahora está al alcance de todo estudiante, inclusive del estudiante de prekinder. La situación que estamos viviendo por estos años es similar a aquella, cuando la aritmética pasó del ábaco a los algoritmos, dejando al primero en estado de obsolescencia. Con esto estamos proponiendo revisar la enseñanza de la aritmética en aras de buscar otra forma de enseñarla que esté a tono con el recurso del computador. Parece una regresión, pensar que estamos volviendo al ábaco, ya que, en esencia el computador es un ábaco sofisticado, pero producto, irónicamente, de las matemáticas algorítmicas. Esta aparente regresión. no debe alarmarnos, es simplemente, producto del movimiento pendular de la cultura, que vuelve a recorrer senderos pasados, pero en un estrato superior.

Estamos convencidos que nadie usa logaritmos, por ejemplo, y por eso, sería superflua su enseñanza. También es superfluo e innecesario enseñar, en la forma tradicional la aritmética, cuando tenemos una calculadora al lado. Aún más, ¿quién se pone a hacer las cuentas del pago del mercado, cuando es la registradora, con todo detalle, precisión e impresión a su alcance, la que lo hace? Las registradoras no se equivocan. Los errores serán de otro tipo, pero no aritméticos.

Entonces, ¿Es necesario enseñar aritmética de rutina, aquella que los clásicos griegos, llamaban *logística*? Creo que no. Aquí también hay que hacer otra regresión. En este caso, una regresión de más de dos mil años. Considero que debemos retomar la *Aritmética* clásica, la de Pitágoras, Platón, Aristóteles y Euclides, es decir, volver a la *Teoría de Números.* El sentido de la palabra *aritmética*, en sus puros orígenes, era el estudio de los números y sus propiedades. La parte operativa y rutinaria, <u>la logística</u>, fue considerada, disciplina de bajo perfil, y sin mayor interés para el intelecto. Creo que a la aritmética clásica debemos apuntar. Porque la teoría de números es la que ha enriquecido la historia de las matemáticas y es allí, donde reposa el maravilloso encanto de los números y sus propiedades. Las rutinas aburren, a estudiantes grandes y pequeños, y a lo largo de sus estudios, van formando reacciones adversas, a la comprensión y apego, a las matemáticas en general.

El tiempo empleado en insistir sobre las rutinas, de las cuatro operaciones básicas, se puede aprovechar, en primer lugar, en explicar el <u>por qué</u> de tales rutinas. Y eso si, ya es matemáticas. Los pitagóricos elaboraban tablas de sumar y multiplicar, las que proveían a los comerciantes con las instrucciones de su manejo. Sin embargo no enseñaban cómo hacerlas. En este conocimiento exclusivo, basaban su poder e influencia. En nuestros días casi siempre hacemos eso, enseñamos los algoritmos, pero no explicamos la razón de su existencia. Este conocimiento creo que es más importante y provechoso para el estudiante, que el aprendizaje de las tediosas rutinas. Otra parte de las matemáticas, sobre la cual debemos insistir en la formación básica, es sobre los números y sus propiedades. Estas propiedades se han venido descubriendo desde los tiempos griegos y a lo largo de más de dos mil años, por matemáticos tan importantes como Galileo, Fermat, Leibniz, Euler, Gauss, Riemann, y en tiempos inmediatos por Terence Tao, ganador de la Medalla Fields, en el *Congreso Internacional de Matemáticos,* realizado el pasado año en Madrid.

Dado lo controvertible del tema, sería sano, abrir una discusión amplia, donde haya la posibilidad de acopiar mejores argumentos, que enriquezcan la discusión. De todas formas el debate apenas empieza y hay que reconocer que quienes saldrán aquí ganando, serán las nuevas generaciones de estudiantes, para quienes, la dura jornada del aprendizaje de las matemáticas, será, en un futuro, menos dolorosa.